

КАЛМЫЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей физики

Лабораторная работа № 5

«Определение отношения удельных теплоемкостей воздуха»

Лабораторная работа № 5

«Определение отношения удельных теплоемкостей воздуха»

Цель работы: изучение термодинамических процессов в воздухе, экспериментальное определение отношения удельных теплоемкостей $\gamma = C_p/C_v$ воздуха методом Клемана-Дезорма.

Приборы и принадлежности: баллон с распределительным краном, U-образный водяной манометр, насос, резиновые трубки, секундомер.

Т е о р и я м е т о д а

Состояние газа обычно описывается тремя основными параметрами: давлением P , объемом V и температурой T . Эти параметры легко измерить экспериментально, и они достаточно полно характеризуют состояние газа. В равновесии эти параметры газа связаны соотношением, которое называется *уравнением состояния*. Для идеального газа уравнение состояния записывается в виде:

$$P V = R T, \quad (1)$$

где R - универсальная газовая постоянная, равная 8,3 Дж/град·моль.

Кроме этих параметров важной величиной является внутренняя энергия газа U , которая определяется как сумма кинетической энергии хаотического движения молекул газа, потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом и внутренней энергии самих молекул. Внутренняя энергия и основные параметры газа изменяются при различных физических процессах за счет притока или оттока теплоты Q и совершения работы A над внешними телами. Если процесс протекает достаточно медленно (квазиравновесный процесс), то можно допустить, что между параметрами P , V и T имеется связь, определяемая соотношением (1). Изменение внутренней энергии при этом подчиняется закону сохранения энергии, который записывается в виде:

$$dQ = dU + dA \quad (2)$$

где dQ - количество теплоты, переданной (или отнятой) газу, dA - работа, совершаемая внешними телами над данным газом (или работа, которую газ совершил над внешними телами). Это выражение называется *первым законом термодинамики*.

Часто применяемым параметром является удельная теплоемкость газа C , которая определяется как количество тепла, необходимое для нагрева единицы массы газа на один Кельвин. Следовательно, согласно определения

$$C = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT}. \quad (3)$$

В термодинамике обычно выделяют четыре важнейших процесса в газах, которые протекают при сохранении постоянным одно из перечисленных параметров. Это следующие процессы: *изохорический* (при постоянном объеме, $V = \text{const}$), *изобарический* (при постоянном давлении, $P = \text{const}$), *изотермический* (при постоянной температуре, $T = \text{const}$) и *адиабатический* (без теплообмена с внешней средой, $dQ = 0$).

Для расчета термодинамических процессов в технике и в научных исследованиях часто необходимо знать величину удельной теплоемкости газа при различных процессах. По определению, теплоемкость есть «поглощение» тепла газом за счет изменения его внутренней энергии. Такое изменение существует лишь в двух из перечисленных процессах: изохорическом и изобарическом. Поэтому теплоемкость существует и определяется только в этих процессах. Она имеет разные величины, которые обозначаются как C_V и C_P соответственно. Между ними существует соотношение:

$$C_P = C_V + R. \quad (4)$$

Отношение этих двух теплоемкостей представляет собой характерную для каждого газа величину:

$$\gamma = C_P / C_V. \quad (5)$$

Для одноатомных газов это отношение близко к $5/3$, для двухатомных - к $7/5$, для трехатомных - к $4/3$ и т.д. Показано, что значение γ определяется числом

и характером степеней свободы молекул газа. Следовательно, экспериментальное определение отношения γ позволяет судить о внутреннем строении молекул газа. Кроме того, значение величины γ позволяет рассчитывать ряд термодинамических величин газа:

$$C_V = \frac{R}{\gamma-1} ; \quad U = \frac{1}{1-\gamma} PV . \quad (6)$$

Для определения γ по методу Клемана-Дезорма используются адиабатический процесс, который осуществляется как резкое расширение газа, сжатого предварительно в баллоне. При этом газ в баллоне не успевает произвести теплообмен с окружающей средой и охлаждается, так как его внутренняя энергия уменьшилась за счет совершения работы по расширению газа. Используя первый закон термодинамики для этого случая ($dQ = 0$), получаем:

$$dA = -dU = -C_V dT.$$

Учитывая, что $dA = PdV$ и используя уравнение состояния $PV = RT$, после несложных алгебраических преобразований получаем соотношение:

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V} , \quad (7)$$

откуда получаем зависимость между P и V для адиабатического процесса в виде

$$PV^\gamma = const. \quad (8)$$

Полученное выражение позволяет экспериментально определить величину γ для газов, близких к идеальным. Таким газом практически является воздух при условиях, близких к нормальным.

Измерительная установка и методика измерений

В настоящей работе для определения отношения $\gamma = C_P/C_V$ используется прибор Клемана-Дезорма. Схематически устройство прибора показано на рис.1. Он состоит из стеклянного баллона B с воздухом (экспериментальный объем), который соединяется с помощью распределительных кранов K_1 и K_2 , либо с атмосферой, либо с насосом H и водяным U-образным

манометром. Водяной манометр измеряет разность между давлением в баллоне и атмосферным давлением.

Экспериментальное определение отношения γ для воздуха, находящегося в баллоне сводится к осуществлению последовательности термодинамических процессов, представленных на PV -диаграмме (рис. 2). Сначала кран K_1 закрыт, а кран K_2 открыт. Насосом H в баллон дополнительно накачивается небольшая порция воздуха (процесс 1-2), и кран закрывается. За время накачки воздух в баллоне сжимается и нагревается. После перекрытия крана K_2 воздух изохорически остывает до комнатной температуры T_0 (процесс 2-3), и в баллоне устанавливается повышенное давление $P_1 = P_0 + \Delta P_1$. Избыточное давление ΔP_1 измеряется водяным манометром.

Затем кран K_1 открывается на короткое время, часть газа выходит из баллона и давление в нем сравнивается с атмосферным, равным P_0 . Газ, оставшийся в баллоне, адиабатически расширится, совершив работу против давления окружающего воздуха. Вследствие этого его температура понизится до некоторого значения T (процесс 3-4). Когда давление воздуха в баллоне станет равным внешнему, кран K_1 быстро перекрывается, и газ начинает медленно изохорически нагреваться до комнатной температуры T_0 (процесс 4-5). Когда установится новое равновесие, давление в баллоне повысится до $P_2 = P_0 + \Delta P_2$. Величина ΔP_2 снова измеряется водяным манометром.

По измеренным давлениям ΔP_1 и ΔP_2 можно вычислить отношение теплоемкостей $\gamma = C_P/C_V$, используя формулу

$$\gamma = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2} . \quad (9)$$

Вывод этой формулы приведен в Приложении. Она служит основой для упрощенного определения отношения γ воздуха методом Клемана-Дезорма. Полученная формула справедлива при выполнении следующих условий:

1. В процессе 3-4 кран баллона должен быть перекрыт в момент, когда давление станет равным P_0 .

2. Время, в течение которого давление в баллоне уменьшается от P_1 до P_2 , должно быть достаточно малым, чтобы теплообменом с окружающим воздухом можно было пренебречь.

На практике эти условия точно выполнить не удастся, и при относительной простоте данный метод оказывается неточным. Поэтому для повышения точности измерения γ необходимо снимать зависимость P_2 от времени t открытия крана K_1 при адиабатическом процессе.

Расчеты (см. ссылку (1), стр. 110-112) показывают, что зависимость отношения $\Delta P_1/\Delta P_2$ от времени t открытия крана K_1 при адиабатическом расширении газа определяется выражением:

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \exp \left(- \frac{\alpha t}{m_0 C_p} \right), \quad (10)$$

где α - коэффициент теплоотдачи, C_p - теплоемкость газа, m_0 - начальная масса газа. Величина α , C_p и m_0 неизвестны. Однако, нет необходимости их знать. Для экспериментального определения достаточно построить график зависимости $\ln(\Delta P_1/\Delta P_2)$ от t , который будет представлять собой прямую. Экстраполяцией этой прямой на ось t получаем значение

$$b = \ln \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right),$$

откуда легко вычислить γ :

$$\gamma = \frac{e^b}{e^b - 1}. \quad (11)$$

Таким образом, более точное экспериментальное определение γ методом Клемана-Дезорма сводится к многократному проведению опыта при изменении времени t открытия крана K_1 в процессе адиабатического расширения газа в баллоне. Затем вычисляются отношения $\Delta P_1/\Delta P_2$ при различных временах t и строится график зависимости $\ln(\Delta P_1/\Delta P_2)$ от времени открытия крана t . Экстраполяцией полученной прямой на ось ординат получают величину b и вычисляют по формуле (11).

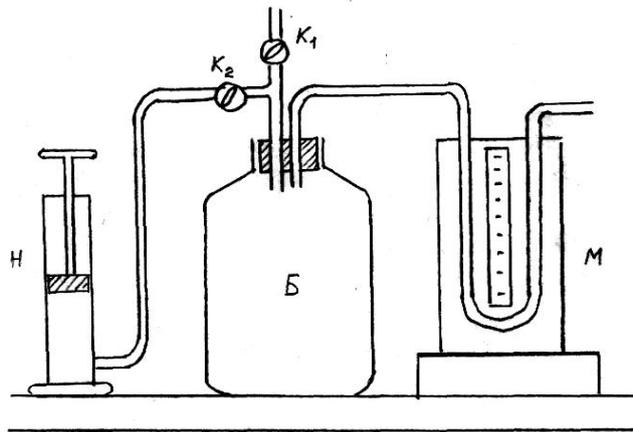


Рис. 1. Схематическое устройство экспериментальной установки для измерения отношения $\gamma = C_p/C_v$ методом Клемана-Дезорма.

Обозначения: Б - стеклянный баллон,
 К - распределительный кран,
 Н - насос,
 М - водянок манометр.

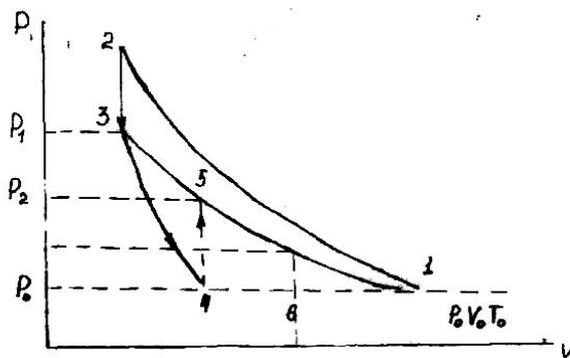


Рис. 2. P-V-диаграмма процессов в газе в приборе Клемана-Дезорма при определении $\gamma = C_p/C_v$.

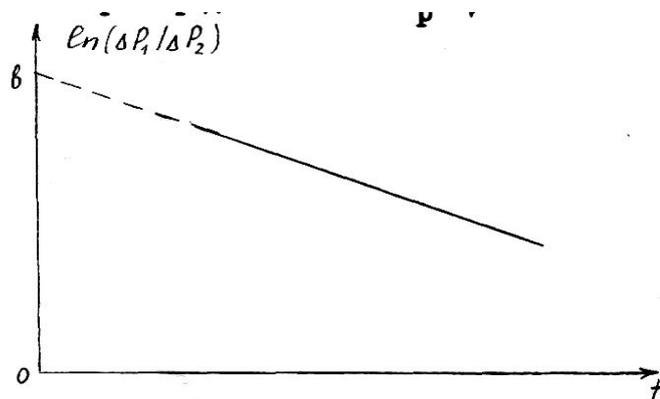


Рис. 3. График зависимости $\ln(\Delta P_1/\Delta P_2)$ от времени открытия крана t .

Порядок выполнения работы.

Упражнение 1. Упрощенное определение γ .

1. Подготовить прибор Клемана-Дезорма к работе. Проверить плотность соединения трубок, перекрыть кран K .

2. Накачать насосом воздух в баллон (процесс 1-2) так, чтобы величина ΔP_1 , показываемая U-образным водяным манометром, составляла $20 \div 25$ см вод. ст. Перекрыть краны K_1 и K_2 и выждать несколько минут, пока температура в баллоне установится равной окружающей (процесс 2-3). Измерить установившееся превышение давления ΔP_1 и записать его.

3. Открыть кран K_1 и выпустить воздух из баллона. Как только давление внутри баллона и снаружи сравниваются (сравниваются уровни жидкости в обоих коленах водяного манометра), кран K_1 закрывается и газ в баллоне выдерживается несколько минут, чтобы он нагрелся снова до комнатной температуры. После этого производят измерение превышения давления ΔP_2 .

4. Провести вычисление γ по формуле (9), записать полученное значение. Затем опыт повторяют не менее трех раз, меняя величину ΔP_1 и проводя вычисления γ . За истинное значение γ принимают среднее арифметическое вычисленных первоначально γ . Результаты занести в таблицу измерений.

5. Определить ошибки измерений и вычислить относительную погрешность вычисления γ .

Таблица измерений

№ п/п	ΔP_1 , см вод. ст.	ΔP_2 , см вод. ст.	γ	γ_{cp}	$\Delta \gamma$	$\Delta \gamma_{cp}$	σ , %

Упражнение 2. Более точное определение γ .

1. Операции 1-3 упражнения 1 повторяются 8 раз, но при каждом опыте метется время t открытия крана K_1 при адиабатическом расширении воздуха. Времена должны составлять (сек.): 5, 10, 15, 20, 40, 50, 60. Для каждого вре-

мени выдержки опыт повторить 2 раза и в таблицу записать среднее арифметическое значение ΔP_1 и ΔP_2 . Таким образом, в таблице должно быть 8 средних значений ΔP_2 , измеренных при разных временах t .

2. Используя измеренные ΔP_1 и ΔP_2 вычисляют $\ln(\Delta P_1 \text{ и } \Delta P_2)$, при различных временах t и строят график зависимости $\ln(\Delta P_1 \text{ и } \Delta P_2)$ от t , который должен представлять прямую. Экстраполяцией этой прямой до пересечения с осью $\ln(\Delta P_1 \text{ и } \Delta P_2)$, получают отрезок b , отсекаемый на этой оси при $t=0$. Применяя формулу (11), по величине b вычисляют значение γ .

3. Оценивают ошибки измерения и ошибки вычисления γ , к отчету представляют таблицу экспериментальных результатов, график зависимости $\ln(\Delta P_1 \text{ и } \Delta P_2)$ от t и вычисленные значения b и γ с указанием абсолютной или относительной ошибок их определения.

Контрольные вопросы

1. Назовите цель работы и используемые приборы.
2. Назовите основные параметры газа и запишите соотношения между ними.
3. Что такое теплоемкость газа? Какова размерность этой физической величины?
4. Какова связь между C_P и C_V ?
5. Расскажите сущность метода экспериментального определения отношения $\gamma = C_P / C_V$.
6. Опишите измерительную установку и изложите порядок проведения измерений и выполнения вычислений.
7. Как рассчитываются ошибки измерений и погрешности вычислений величин в данной работе?

Л и т е р а т у р а

1. Булкин П.С., Попова И.И. Общий физический практикум. Молекулярная физика. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986, 215 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М.: Наука, 1986, 432 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука, 1976, 552 с.

Вывод формулы (5) для $\gamma = C_P / C_V$.

Мысленно выделим внутри баллона произвольную порцию газа, ограниченную замкнутой поверхностью (как оболочкой). Во всех процессах газ, заключенный в эту «оболочку», будет расширяться и сжиматься, совершая работу против давления окружающего газа и обмениваясь с ним теплом. Эти процессы можно рассматривать как квазистатические. За время опыта газ в баллоне проходит три равновесных состояния:

1. состояние: P_1, T_0, V_1 .
2. состояние: P_0, T_0, V_2 .
3. состояние: P_2, T_0, V_2 .

Разности давлений $P_1 - P_0$ и $P_2 - P_1$ в сотни и тысячи раз меньше атмосферного давления P_0 , следовательно, эти разности можно считать бесконечно малыми dP_1 и dP_2 соответственно. То же относится и к изменению объема газа в баллоне: $dV = V_2 - V_1$.

В адиабатическом процессе 3-4 теплообмена с окружающей средой нет, $dQ = 0$. Из первого закона термодинамики получаем

$$dA = -dU = -C_V dT. \quad (12)$$

Учитывая, что $dA = PdV$, используя уравнение состояния (1) и соотношение (4), после несложных алгебраических преобразований получим

$$\frac{dP_1}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}, \quad (13)$$

что является уравнением адиабатического процесса. Отсюда, получаем выражение

$$\gamma = -\frac{dP_1}{P} \cdot \frac{V}{dV}. \quad (14)$$

В состояниях 1 и 3 температуры газа одинаковы, а потому в этих состояниях произведение PV одно и то же. Следовательно, соответствующие изменения давления и объема связаны соотношением $P dV + V dP_2 = 0$. Подставляя это выражение в (14), окончательно получаем:

$$\gamma = \frac{P_1 - P_0}{P_1 - P_2} = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2}.$$