ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: исследование зависимости напряжения на емкости и тока в колебательном контуре от частоты вынужденных колебаний.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Для того чтобы в реальной колебательной системе происходили незатухающие колебания, необходимо компенсировать потери энергии. Подвод энергии можно осуществлять с помощью некоторого периодически действующего фактора *x(t)* (например, силы при механических колебаниях), изменяющегося по гармоническому закону

$$x = x_0 \cos \omega t$$

Колебания, совершающиеся под действием внешнего периодического воздействия, называются вынужденными колебаниями. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний имеет вид

$$\frac{d^2S}{dt^2} + 2\delta\frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = x_0 \cos\omega t \quad (10.1)$$

Частное решение этого уравнения

$$S = A\cos(\omega t - \psi)$$

где ψ- сдвиг по фазе колеблющейся величины относительно внешнего воздействия.

Амплитуда вынужденных колебаний *A* зависит от ω. График функции A=f(ω)имеет максимум при некоторой частоте $\omega = \omega_{рез}$ Величина $\omega_{рез}$ называется резонансной частотой. Можно показать, что для резонансной частоты справедливо соотношение $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы (частоты вынуждающего переменного напряжения при вынужденных электрических колебаниях в контуре) к частоте $\omega_{рез}$, называется резонансом. При $\omega_0^2 >> \delta^2$ значение $\omega_{рез}$ практически совпадает с собственной частотой ω_0 колебательной системы.

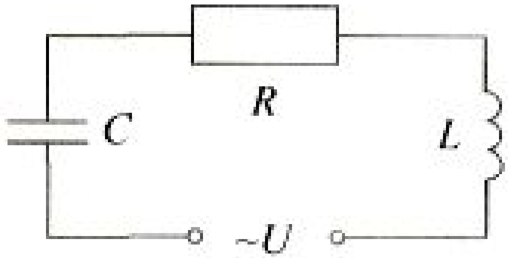


Рис. 10.2

Рассмотрим колебательный контур (рис. 10.2), к которому подключён источник переменного напряжения, изменяющегося по гармоническому закону

$U = U_m \cos\omega t$

где U_m - амплитудное значение напряжения источника.

В таком контуре возникает переменный ток, который вызывает на всех элементах цепи падения напряжения: $U = IR$ на резисторе,

$U_L = L\dfrac{dI}{dt}$ на катушке и $U_C = \dfrac{q}{C}$ на конденсаторе. В любой момент времени сумма напряжений на элементах контура равна приложенному извне напряжению

$$U_R + U_C + U_L = U_m \cos\omega t$$

$$IR + \frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} = U_m \cos\omega t$$

С учётом соотношений $I = \dot{q}$ и $\dfrac{dI}{dt} = \ddot{q}$, получим дифференциальное

уравнение электрических колебаний в контуре

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L}\cos\omega t$$

полностью совпадающее с уравнением (10.1), из чего следует, что заряд конденсатора совершает колебания по закону

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi) \qquad (10.2)$$

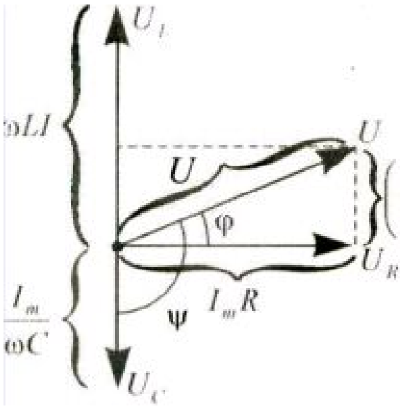
а ток по закону

$$I = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = I_m \cos(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$$

где $\varphi = \psi - \dfrac{\pi}{2}$ сдвиг фаз между током и приложенным к контуру напряжением, $I_m = \omega q_m$ - амплитудное значение тока.

Векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на элементах контура приведена на рис.10.3.Амплитуда U_m напряжения равна векторной сумме амплитуд этих падений напряжений. Из векторной диаграммы следует, что

$$tg\varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$



Для прямоугольного треугольника векторов можно также записать

$$(RI_m)^2 + \left(\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) I_m\right)^2 = U_m^2,$$

откуда получим выражение для амплитуды силы тока (закон Ома для цепи переменного тока)

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Разделив выражение (10.2) на ***C*,** получим закон изменения напряжения на конденсаторе

$$U_C = \frac{q_m}{C}\cos(\omega t - \psi) = U_{Cm}\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Амплитудное значение напряжения на конденсаторе

$$U_C = \frac{q_m}{C} = \frac{U_m}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{I_m}{\omega C}$$

Резонансная частота для напряжения на конденсаторе U*c* равна

$$\omega_{Uppe} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \le \omega_0$$

Резонансные кривые для Uc изображены на рис. 10.4. При $\omega \to 0$ резонансные кривые сходятся в одной точке с координатой $U_{Cm} = U_m$, соответствующей напряжению, возникающему на конденсаторе при подключении его к источнику постоянного напряжения

U_m. Максимум при резонансе получается тем выше и резонансная кривая тем острее, чем меньше $\delta = \frac{R}{2L}$, т. е. чем меньше активное сопротивление и больше индуктивность контура.

При малом затухании ($\omega_0^2 >> \delta^2$) резонансную частоту для на пряжения можно положить равной ω_0. Соответственно можно считать, что

$$\omega_{рез}L - \frac{1}{\omega_{рез}C} \approx 0 \quad (10.4)$$

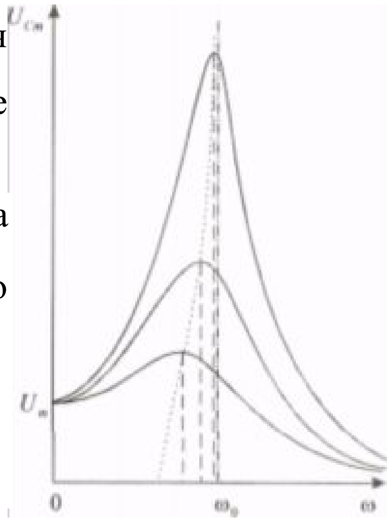
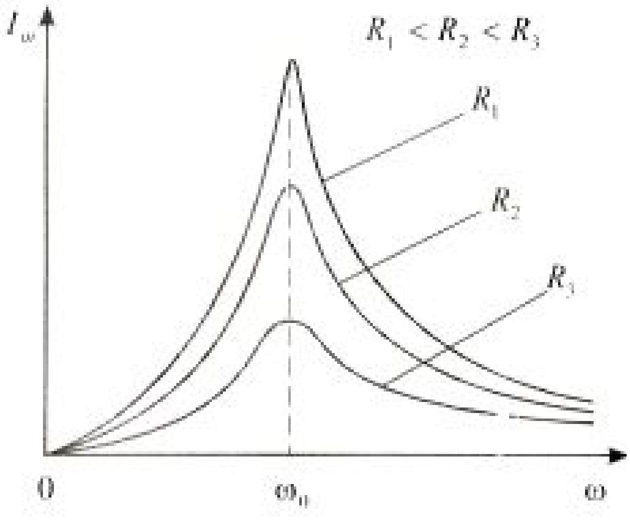


Рис. 10.4

Используя формулы (10.3) и (10.4) найдём отношение амплитуды напряжения на конденсаторе при резонансе $U_{Cрезmp}$ к амплитуде внешнего напряжения U_m

$$\frac{U_{Cрезmp}}{U_m} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

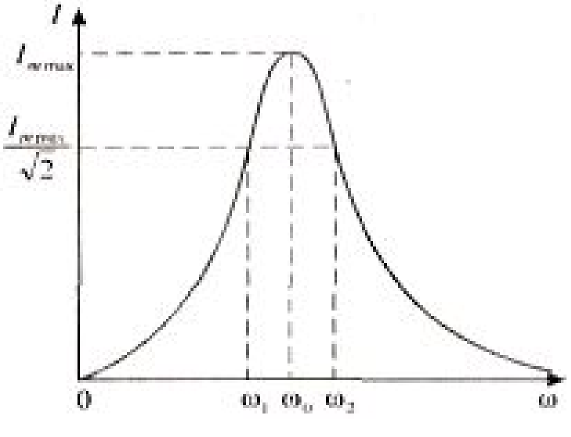
Таким образом, добротность контура показывает, во сколько раз напряжение на конденсаторе превышает приложенное извне напряжение.



Резонансные кривые для силы тока изображены на рис. 10.5. Амплитуда силы тока 1_m имеет максимальное значение при

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} \approx 0$$

Следовательно, резонансная частота для силы чоки не зависит от R и совпадает с собственной частотой контура ω_0. Графики зависимости I=f(ω) при различных R называются резонансными кривыми колебательного контура.



Добротность контура определяет также «остроту» резонансных кривых. На рис. 10.6 изображена одна из резонансных кривых для силы тока в контуре. Частоты ω_1 и ω_2 соответствуют току $I_m = \frac{I_{m\max}}{\sqrt{2}}$ (отношение амплитуд токов, равному $1/\sqrt{2}$ соответствует отношение мощностей, равное $1/2$). Относительная ширина контура $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$ равна величине, обратной добротности контура $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$.

Явление резонанса используют для выделения из сложного напряжения, равного сумме нескольких синусоидальных напряжений, нужной составляющей. Пусть напряжение, приложенное к контуру, равно $U = U_{m1}\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + U_{m2}\cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \ldots + U_{mi}\cos(\omega_i t + \varphi_i) + \ldots + U_{mn}\cos(\omega_n t + \varphi_n)$. Настроив контур (посредством изменения R и C*)* на требуемую частоту ω_i, можно получить на конденсаторе напряжение в Q раз превышающее значение данной составляющей, в то время как напряжение, создаваемое на конденсаторе другими составляющими, будет слабым. Таким образом осуществляется, например, настройка радиоприёмника на нужную длину волны.

Описание лабораторной установки

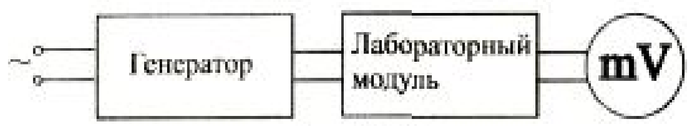
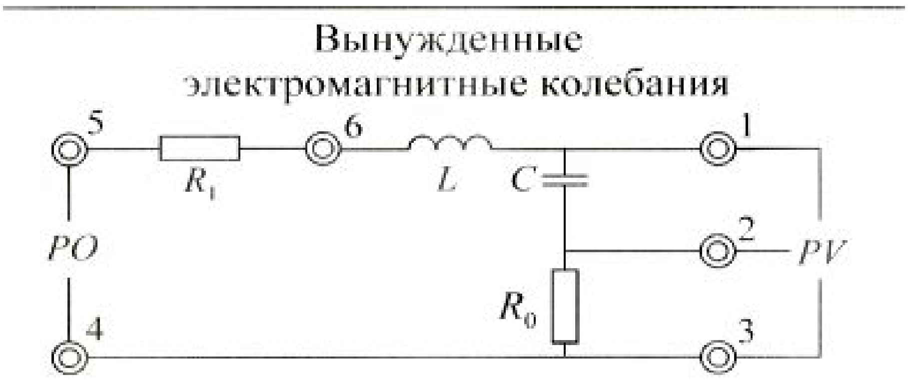


Рис. 10.7

В состав лабораторной установки входят (рис. 10.7) генератор, лабораторный модуль и милливольтметр. Вместо милливольтметра в качестве измерительного прибора можно также использовать осциллограф.

Электрическая схема установки изображена на лицевой панели лабораторного модуля (рис, 10.8). К гнёздам «РО» (4-5) на панели модуля подключается через балластное сопротивление R_1= 300 Ом генератор гармонических колебаний, а к гнёздам «PV» электронный вольтметр, служащий для измерения напряжения на емкости или образцовом сопротивлении R_0, что дает возможность рассчитать ток в цепи. Генератор можно также подключать к гнёздам 4-6. В этом случаев R_1 = 0. Общее активное сопротивление контура $R = R_0 + R_1 + R_K$, где R_K - омическое сопротивление катушки индуктивности.



Порядок проведения измерений.

1.Подсоединить к гнёздам «РО» (4-6) генератор гармонических колебаний.

2.Подсоединить к гнёздам (2-3) электронный вольтметр.

3.Включить в сеть электронный вольтметр, установив предел измерения переменного напряжения 2 В.

4. Включить генератор гармонических колебаний и установить ток генератора равным 40 - 50 мкА при частоте 10 Гц.

5.Изменяя частоту генератора с помощью диска и кнопок множителя, расположенных на панели генератора, определить максимальное значение напряжения U_{0max} при резонансе и записать величину этого напряжения и значения резонансной частоты ν_p.

6.Изменяя частоту генератора в пределах $0{,}01\nu_P \le \nu_Г \le 30\nu_P$, где ν_p- резонансная частота, снять зависимость $U_0 = IR$, проделав 15 – 20 измерений. Измерения вблизи ν_p следует производить с минимально возможным шагом по частоте. Определить при ν= 10 Гц. Результаты занести в табл. 10.1.

Таблица 10.1

R_1=0				R_1= 150 Ом			
U_{0max}=… ν_p=…				U_{0max}=… ν_p=…			
ν, Гц	Uo, В	I_1, мкА	U_{C1}, В	ν, Гц	Uo, В	I_2, мкА	U_{C2}, В

3.Подключить вольтметр к гнёздам 1-2 и снять зависимость U_C=f(ν) при тех же значениях частоты, что и в п. 2. Результаты занести в табл. 10.1.

4.Подключить генератор гармонических колебаний к гнёздам 4-5 и проделать те же измерения, что и в п. 1-3. Результаты занести в табл. 10.1.

Обработка результатов измерений

1.По формуле $I = U_0 / R_0$ рассчитать значения тока в контуре и результаты расчетов занести в табл. 10.1. Принять R_0= 10 Ом.

2.Построить графики зависимости I_1=f(ν) и I_2=f(ν) (рис. 3.3), где I_1 ток в контуре при R_1=0, а I_2 - ток в контуре при R_1 = 300 Ом.

3.Отложить на графике, соответствующемR$_1$=0, (рис. 10.9) величину $I_1 = \frac{I_{1\max}}{\sqrt{2}}$ и определить значение частот ν_1 и ν_2.

4.Рассчитать добротность контура по формуле $\frac{\omega_2 - \omega 1}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$

5. Используя теоретическое значение величины добротности $Q_2^* = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ и экспериментальное значение добротности $Q_1^* = Q_2^*$определить сопротивление контура R.

6.Построить графики зависимости U_C=f(ν) для случаев R_1=0 и R_1=300 Ом (рис. 10.10).

7.Рассчитать по формуле$\nu_{C1} = \frac{\sqrt{(2\pi_P)^2 - \beta^2}}{2\pi}$ значения частоты при которой напряжение на конденсаторе достигает максимальной величины (при резонансе) и сравнить с частотой ν_{C1}, полученной экспериментально. Принять $\beta = R/2L$.

8. Проделать п. 3 — 7 для случая R_1 = 300 Ом. Сравнить полученные результаты.

9. Определить с помощью графиков Uc=f(ν)значение напряжения на генераторе $U_Г$.

Контрольные вопросы

1.Какие колебания называются вынужденными?

2.Записать дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение.

3.Что называется резонансом?

4.Каков физический смысл добротности при резонансе в колебательном контуре?

5.Пояснить физическую сущность использования явления резонанса в радиотехнике.

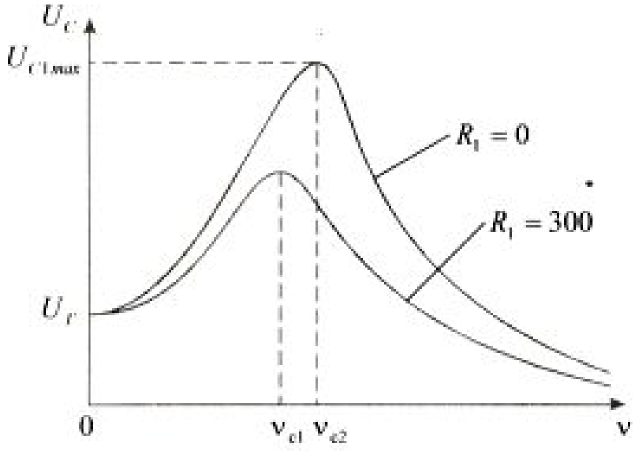


Рис. 10.10

Состав работы: ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

- лабораторный модуль ___ 1 шт.
- генератор гармонических колебаний (ГЗ-112/1) 1 шт.
- микромультиметр (MY-67) 1 шт.
- полка _______________ 1 шт.

параметры работы:

- сопротивление резисторов R_0= 10,0 Ом, R_l = 150,0 Ом,
- ёмкость конденсатора C=20 нФ,
- индуктивность катушки L=220