

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Состав работы:

- лабораторный модуль 1 шт.
- блок формирования импульсов 1 шт.
- источник питания (МАРС) 1 шт.
- осциллограф одноканальный (С1 —94) 1 шт.
- приборная полка _____ 1 шт.

Параметры работы :

- напряжение источника питания , $U = 12 \text{ В}$.

- сопротивление резисторов 0,100,200,300,400,500 Ом, сое

ветственно при положении переключателя 0,1,2,3,4,5

- ёмкость конденсатора, $C = 0,1 \text{ мкФ}$.

- индуктивность катушки , $L = *B=$ отйт:

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: изучение электрических собственных колебаний в контуре, содержащем последовательно соединенные катушку с индуктивностью L , конденсатор с емкостью C и резистор с сопротивлением R .

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Свободными затухающими колебаниями называются колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии колебательной системой с течением времени уменьшается. Закон, по которому происходят колебания, зависит от свойств колебательной системы. Система называется линейной, если параметры, характеризующие существенные в рассматриваемом процессе физические свойства системы, не изменяются в ходе процесса.

Линейными системами являются, к примеру, пружинный маятник при малых деформациях пружины, колебательный контур индуктивность, емкость и сопротивление которого не зависит ни от тока в контуре, ни от напряжения.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы имеет вид

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\gamma \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0, \quad (9.1)$$

где S - колеблющаяся величина, γ — *const* - коэффициент затухания, ω_0 - циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы при отсутствии потерь энергии (при $\gamma = 0$) называется собственной частотой колебательной системы.

Решение уравнения (9.1) можно представить в виде

$$S = e^{-\gamma t} u, \quad (9.2)$$

где $u = u(t)$. Чтобы определить вид функции $u(t)$ вычислим первую и вторую производные выражения (9.2) и подставим их в (9.1) и получим $(\omega_0^2 - \gamma^2)u = 0$.

Интерес представляет случай, когда $\omega^2 - \gamma^2 > 0$. Введём обозначение

$$\omega_0^2 = \omega^2 - \gamma^2. \quad (9.3)$$

Тогда получаем дифференциальное уравнение

$$u'' + \omega_0^2 u = 0,$$

аналогичное дифференциальному уравнению свободных незатухающих колебаний. Если затухание невелико и выполняется условие $\omega^2 \gg \gamma^2$, то будут происходить колебания с частотой ω_0 по закону

Следовательно, решение уравнения (9.1) имеет вид

$$u = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (9.4)$$

$$u = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_0 t) \quad (9.5)$$

где A - амплитуда затухающих колебаний, A_0 - начальная амплитуда. Зависимость (9.4) показана на рис. 9.1 сплошной линией, а зависимость (9.5) - штриховыми линиями. Из уравнения (9.4) следует, что система будет совершать колебания с частотой ω_0

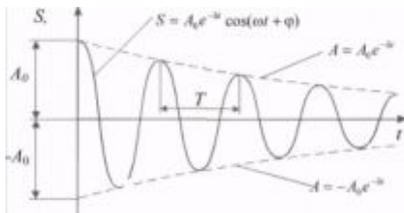


Рис. 9.1

Строго говоря, затухающие колебания не являются периодическими, ввиду того, что затухание нарушает периодичность колебаний. Однако если затухание мало и выполняется условие $\omega^2 \gg \gamma^2$, то можно условно использовать понятия периода и частоты затухающих колебаний. Период затухающих колебаний T (см. рис. 9.1) равен времени между двумя последующими максимумами колеблющейся величины. При малых затуханиях можно считать, что период колебаний остаётся постоянным.

Период затухающих колебаний

При увеличении коэффициента затухания δ период затухающих колебаний T и при $\delta = 0$ обращается в бесконечность. Это означает, что при $\delta > 0$ движение системы не будет колебательным. Такие процессы называются аperiodическими.

Если $A(t)$ и $A(t + T)$ — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

называется декрементом затухания, а его логарифм

- логарифмическим декрементом затухания.

Важной характеристикой колебательной системы является добротность Q - безразмерная величина, равная произведению $2k$ на отношение энергии $W(t)$ колебаний системы в произвольный момент времени t к убыли этой энергии за промежуток времени от t до $t + T$, то есть за один период колебания:

$$W(t) - W(t + T)$$

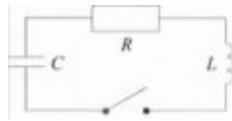
Так как энергия $W(t)$ пропорциональна квадрату амплитуды колебаний $A(t)$, то

При малых значениях логарифмического декремента затухания ($\delta \ll 1$) ($1 - e^{-\delta T}$ та 25) и добротность колебательной системы

л _ л _ ш,, " $\delta \sim \Gamma^2$ (Γ принято равным Γ_0 , так как затухание невелико ($\delta^2, \gg \delta^2$)).

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Рассмотрим колебательный контур - цепь, состоящую из последовательно соединённых катушки индуктивности L , конденсатора ёмкостью C и резистора сопротивлением R (рис. 9.2). Если конденсатор зарядить, сообщив ему обкладкам заряд $\pm q_0$ и замкнуть цепь, то в контуре начнут совершаться электрические колебания, заключающиеся в периодической перезарядке конденсатора.



При этом энергия электрического поля конденсатора будет переходить в энергию магнитного поля катушки и наоборот, а по цепи будет течь переменный по величине и направлению ток/.

Электрические колебания в контуре будут затухающими ввиду того, что сумма энергий конденсатора и катушки будет непрерывно уменьшаться за счёт её преобразования в теплоту, выделяющуюся на резисторе.

Согласно закону Ома для контура можно записать

где IR - напряжение на резисторе, U_c — - напряжение на конденсаторе,

$E_{L} = -L \frac{di}{dt}$ - ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке при протекании в ней тока. Следовательно,

$$U_c - IR - E_L = 0 \quad (9.7)$$

'~di'

dl

Разделив (9.7) на L и подставив значения $i = \frac{dq}{dt}$ и $U_c = \frac{q}{C}$, получим дифференциальное уравнение колебаний заряда в контуре:

ренциальное уравнение колебаний заряда в контуре:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (9.8)$$

Поскольку на контур не действуют никакие внешние ЭДС, то колебания в контуре будут свободными. Сопоставляя уравнения (1.1) и (1.8), приходим к выводу, что в колебательном контуре будут происходить свободные затухающие колебания заряда конденсатора по закону $q = Q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0)$,

где q_m - начальное значение заряда.

Сравнивая (9.1) и (9.8), можно также получить:

$$R = \dots \quad \text{и} \quad \gamma_0 = \dots$$

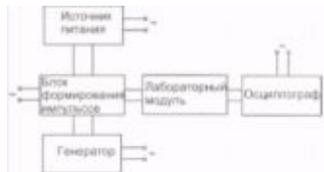
Отсюда, в соответствии с (9.3), получим выражение для частоты колебаний

$$\omega = \dots$$

Подставив значения γ и ω в (9.6), получим ещё одно выражение для добротности контура

$$Q = \dots$$

Устройства, входящие в состав лабораторной установки, и схема их соединения приведены на рис. 9.3.



Основной элемент установки - колебательный контур располагается в лабораторном модуле. На лицевой панели модуля (рис. 9.4) расположен пакетный переключатель, с помощью которого можно ступенчато изменять сопротивление контура и, а также изо



Рис. 9.4

бражена электрическая схема опыта.

К гнездам «П» лабораторного модуля подаётся прямоугольный сигнал от генератора гармонических колебаний. Напряжение с катушки индуктивности (гнезда PO) подаётся на усилитель электронного осциллографа. В промежутке между импульсами происходят затухающие колебания в контуре, которые можно наблюдать на экране осциллографа.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Подсоединить кабелем генератор гармонических колебаний к лабораторному модулю тумблер вида сигнала включить в положение $_П_П_$.

2. Подсоединить кабелем усилитель электронного осциллографа с гнездами « PO » на лицевой панели модуля.

3. Установить пакетный переключатель на лицевой панели модуля в положение « O ».

4. Включить в сеть электронный осциллограф, генератор гармонических колебаний, источник питания.

5. Установить выходное напряжение источника питания $U = 12\text{В}$, выходное напряжение генератора $U = 6\text{В}$, частоту генератора $\nu = 150\text{ Гц}$.

6. Получить на экране осциллографа устойчивую картину затухающих колебаний.

7. Измерить на экране осциллографа амплитуды $U(f)$ и $U_2(t + nT)$ за n периодами при положении переключателя « O ». Результаты занести в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Пол	Чис	$u,(\theta,$	$U_2(t$	0
0 / R				
1 / Π				
2 / R				
3 / R				
4 / Π				
5 / R				

8. Прodelать измерения аналогично п.1 для положений переключателя I - 5. Результаты занести в табл. 9.1.

9. Измерить время t_n , равное продолжительности n периодов колебаний в делениях на экране осциллографа при положении переключателя

«1». Рассчитать период колебаний T , по формуле $T = \frac{t_n}{n}$.

n

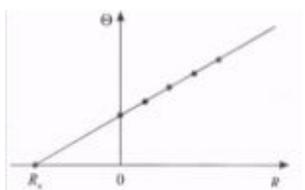
Обработка результатов измерений

1. По формуле $\ln \frac{U_1}{U_2} = -\pi \frac{R}{L} n T$ рассчитать логарифмический декре-

$n \ln \frac{U_1}{U_2}$

мент для разных значений R и построить график $\ln \frac{U_1}{U_2} = f(R)$ (рис. 9.5). Значения R , соответствующие различным положениям переключателя, приведены в табл. 9.1.

2. Определить сопротивление катушки как точки пересечения графика с осью абсцисс на рис. 9.5.



3. Рассчитать период колебаний

2π

но формуле $T = \frac{2\pi L}{\sqrt{LC}}$

Рис. 9.5

\sqrt{LC} $4\Gamma^2$ сравнить с экспериментальным значением Γ_3 . Принять $L = 100$ мГн, $C = 0,1$ мкФ.

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются затухающими?

2. Записать дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.

3. При каком условии движение колебательной системы становится апериодическим?

4. Каков физический смысл добротности колебательной системы?

5. От чего зависит частота колебаний в колебательном контуре?