

Лабораторная работа

Определения ускорения свободного падения с помощью маятника

Описание целей работы

| Конкретная цель | Критерий достижения цели |
|---|---|
| 1. Владение понятием «ускорение свободного падения» | Студент отвечает правильно на вопросы № 1 - 9 |
| Изучение теории метода | |
| А) с применением математического маятника Б) с применением физического маятника | Студент может обосновать (с помощью конспекта) вывод используемых формул и указать условия, при которых они применимы |
| 3. Экспериментальные навыки | |
| Студент правильно: <ul style="list-style-type: none">- выполняет измерения;- определяет погрешность результата измерений | |

Приборы и принадлежности: математический и физический маятник, секундомер, линейка.

Необходимые теоретические сведения

1. Приступая к работе, Вам необходимо прочитать учебную литературу и определить ответы на следующие вопросы:
 1. Что в физике называют силой. Назовите известные Вам силы и укажите, какова природа их взаимодействия.
 2. Что называют гравитационной силой? При каких условиях она существует? Каково ее направление? Как определить ее модуль? Почему в обыденной жизни мы чаще всего ею пренебрегаем?
 3. Как определить силу гравитационного тяготения между Вами и Земным шаром (направление, модуль, точка приложения сил)?
 4. Что такое центробежная сила инерции (её природа, направление, модуль)? Определить величину силы инерции, действующей на Вас из-за суточного вращения Земли?
 5. Что называют силой тяжести? Её направление? Модуль? Точка приложения?
 6. В каких точках Земной поверхности сила тяжести менее всего и более всего отличается от гравитационной силы (по величине, по направлению)?

7. В каком случае падение тел называют свободным падением?
Приведите примеры тел, падение которых можно приблизительно считать свободным.
8. От чего и как зависит величина ускорения свободного падения?
9. Какое значение g считается общепринятым?

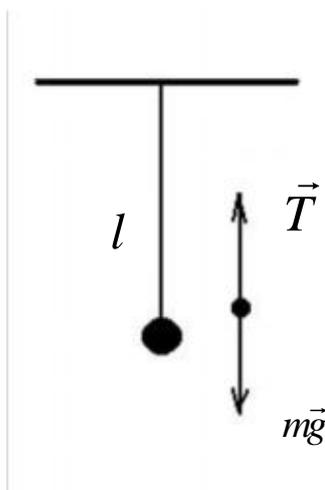
Для определения ускорения свободного падения можно воспользоваться методом маятника, который основан на зависимости периода колебания маятника от ускорения свободного падения.

Периодом колебания маятника называется время, в течение которого маятник совершит одно полное колебание, смещаясь сначала в одну сторону от начального положения и снова возвращаясь к нему. Определим как связан период колебаний маятника с ускорением свободного падения.

Математический маятник

Материальная точка, подвешенная на гибкой, невесомой, нерастяжимой нити, называется **математическим маятником**. **Материальной точкой** можно считать любое физическое тело в случае, когда его размерами можно пренебречь (по сравнению с длиной подвеса). В вертикальном положении сила тяжести материальной точки полностью уравновешивается натяжением нити, и маятник остается в покое (рис.1а).

а)



б)

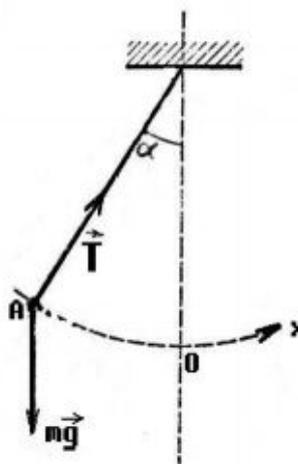


Рис.1

Если маятник отклонить от положения равновесия на некоторый угол α (рис.1б), то сила тяжести, по – прежнему, будет направлена вертикально вниз, а сила упругости (натяжения) нити \vec{T} - вдоль нити. По второму закону динамики равнодействующая этих сил будет определять ускорение движения маятника:

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a} \quad (1)$$

Введем оси координат так, чтобы одна ось \vec{n} была направлена вдоль нити вверх, а вторая ось $\vec{\tau}$ была направлена перпендикулярно первой, т.е. по касательной к траектории (рис.3).

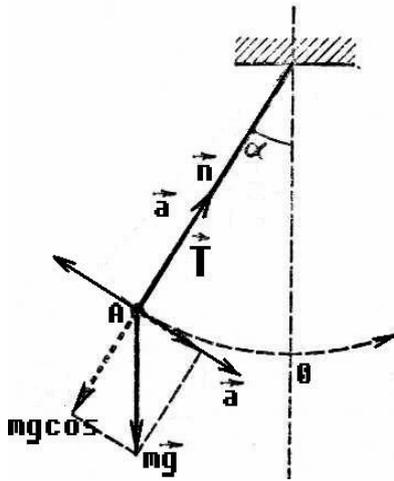


Рис.2

Спроектируем уравнение (1) на выбранные

$$\vec{n}: \quad T - mg \cdot \cos \alpha = ma_n \quad (1a)$$

$$\vec{\tau}: \quad -mg \cdot \sin \alpha = ma_\tau \quad (1б)$$

Уравнение (1a) показывает, что сила натяжения нити \vec{T} уравновешивает вес маятника и обеспечивает искривление его траектории \vec{a}_n . Уравнение (1б) показывает, что маятник будет двигаться к положению равновесия с ускорением $a_\tau = -g \sin \alpha$ (2).

Введем условие, что угол отклонения α очень мал: $\alpha \leq 5^\circ \div 6^\circ$. В этом случае $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ (рад). Величина угла в радианной мере равна отношению длины дуги к радиусу дуги:

$$\alpha = \frac{OA}{\ell} = \frac{x}{\ell}, \text{ где } x \text{ — длина дуги } OA \text{ или смещение маятника от}$$

положения равновесия, ℓ — длина нити. Знак (-) в выражении (1б) определяется тем., что направление смещения маятника от положения равновесия (направление оси $\vec{\tau}$) не совпадает с направлением ускорения a_τ . Тангенциальное ускорение маятника a_τ всегда направлено к положению равновесия, т.е. против смещения маятника. Однако, величина a_τ всегда пропорциональна величине смещения x . Это означает, что маятник будет совершать гармонические колебания. Подставим значение α в (2) и получим:

$$a_\tau = -\frac{gx}{\ell}.$$

Теперь вспомним, что ускорение a_τ есть вторая производная от смещения x :

$$a_\tau = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (3).$$

Уравнение (3) является дифференциальным. Чтобы его решить, надо найти функцию $x(t)$, удовлетворяющую уравнению (3). Положим

$$x(t) = x_{\max} \cos \omega t$$

$$x'(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -x_{\max} \omega \sin \omega t = -v_{\max} \sin \omega t = v_x(t) \quad (4)$$

$$x''(t) = \frac{d^2 x}{dt^2} = -x_{\max} \omega^2 \cos \omega t = -a_{\max} \cos \omega t$$

Подставим (4) в (3) получим:

$$-x_{\max} \omega^2 \cos \omega t = -\frac{g}{\ell} x_{\max} \cos \omega t \quad (5)$$

откуда $\omega^2 = \frac{g}{l}$. Уравнение (5) является уравнением гармонических колебаний. Т. к. $\omega = \frac{2\pi}{T}$, период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (6)$$

Из (6) получаем
$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (7)$$

Измерение и обработка результатов измерения.

1. Подготовьте маятник к работе.
2. Измерьте не менее трёх раз длину маятника от точки подвеса до центра тяжести шара.
3. Найдите среднее значение длины маятника l и абсолютную погрешность определения длины $\Delta l = \langle l \rangle \pm \langle \Delta l \rangle$. Можно измерить длину маятника один раз (поточнее) и оценить максимальное значение Δl .
4. Отведите маятник от положения равновесия на небольшой угол (не более 5°), и отпустите груз, предоставив ему возможность свободно колебаться. В момент наибольшего отклонения пустите в ход секундомер и отсчитайте время, в течении которого маятник совершает n ($n \approx 20$) полных колебаний. Измерения времени проведите не менее трех раз.
5. Найдите среднее значение времени $\langle t \rangle$ и рассчитайте период колебаний маятника по формуле $T = \frac{\langle t \rangle}{n}$.
6. Найдите среднее значение погрешности определения времени $\langle \Delta t \rangle$ и периода $\langle \Delta T \rangle$.
7. Вычислите g по формуле (7)
8. Найдите значение погрешности определения ускорения силы тяжести Δg по формуле: $\Delta g = g \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T} \right)$.
9. Занесите все результаты в таблицу 1.

| $l, м$ | $\Delta l, м$ | n | $t_i, с$ | $\langle t \rangle, с$ | $\langle \Delta t \rangle, с$ | $T, с$ | $\Delta T, с$ | $G, м/с^2$ | $\Delta g, м/с^2$ |
|--------|---------------|-----|----------|------------------------|-------------------------------|--------|---------------|------------|-------------------|
| | | | | | | | | | |

10. Измените длину маятника и повторите п.п.2-9. Длину маятника надо изменять $2 \div 3$ раза.

Физический маятник.

Каждое тело, подвешенное в точке, лежащей выше его центра тяжести, может совершать колебания и представляет собой **физический маятник**.

Для определения величины g часто применяется оборотный физический маятник. Применение оборотного маятника основано на свойствах сопряженности центра качания и точки подвеса. Это свойство заключается в том, что во всяком физическом маятнике, а следовательно в оборотном,

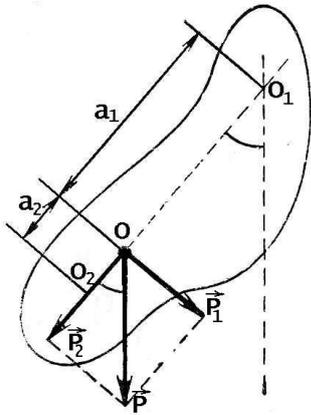


Рис.4

всегда можно найти такие две точки, что периоды колебания маятника вокруг этих точек равны. Расстояние между этими точками называется **приведенной длиной**.

Пусть на рис. 4 точка O есть центр тяжести маятника, а точки O_1 и O_2 –сопряженные точки. Подвесим маятник и приведем его в колебательное движение. Если амплитуда колебания маятника мала (малые колебания), то для периода его колебаний получена формула:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg}}$$

где m - масса маятника; a - расстояние между осью вращения и центром тяжести маятника; I - момент инерции физического маятника относительно оси вращения.

По теореме Штейнера (см. лит-ру) $I = I_0 + ma^2$, где I_0 -момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр тяжести маятника и параллельной оси вращения. Если данный вам маятник будет совершать колебания вокруг точек (сопряженных!) O_1 и O_2 , то их периоды колебаний должны подчиняться соотношениям:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma_1^2}{mga_1}} \quad (4)$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma_2^2}{mga_2}} \quad (5)$$

Возведем оба выражения в квадрат и вычтя второе из первого получим:

$$ga_1T_1^2 - ga_2T_2^2 = 4\pi^2(a_1^2 - a_2^2)$$

Если периоды $T_1=T_2=T$, то g равно:

$$g = \frac{4\pi^2(a_1^2 - a_2^2)}{(a_1 - a_2)T^2} = \frac{4\pi^2(a_1 + a_2)}{T^2}$$

Итак:

$$g = \frac{4\pi^2(a_1 + a_2)}{T^2} \quad (6)$$

Измерения и обработка результатов.

1. Подвесьте данный вам маятник за одну из опорных призм и несколько раз определите время, за которое маятник совершает 20 колебаний. Вычислите:

- Среднее время 20-ти колебаний $t_{\text{ср}}$.
 - Среднюю погрешность $\langle \Delta t \rangle$.
 - Период колебаний $T_1 = \langle t \rangle / 20$.
 - Погрешность определения периода $\langle \Delta T_1 \rangle = \langle \Delta t \rangle / 20$.
2. Подвесьте маятник за другую опорную призму и вновь несколько раз определите время 20-ти полных колебаний. Вычислите период $T_2 = \langle t \rangle / n$.
 3. Если периоды T_1 и T_2 совпадают (в пределах погрешности), то сопряженные точки O_1 и O_2 вами определены. Если нет, то слегка измените расстояние между опорными призмами и вновь проверьте совпадение периодов. Продолжайте работу до тех пор, пока не получите такое положение призм, при котором периоды колебаний маятника на обеих призмах совпадают. Снимите маятник и положите его на стол.
 4. Измерьте расстояние $(a_1 + a_2)$, т. е. расстояние между вершинами опорных призм и определите погрешность $\Delta(a_1 + a_2)$.
 5. Вычислите по формуле (6) ускорение g . Если периоды T_1 и T_2 не совпадают (в пределах погрешности), то используйте значение $T = (T_1 + T_2) / 2$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте определения и укажите различия в понятиях: гравитационная сила, сила тяжести, вес тела, масса тела.
2. Как зависит сила тяжести: а) от высоты тела над поверхностью Земли; б) от географической широты местности?
3. Что называется свободным падением тел? Как его реализовать?
4. Что называется ускорением свободного падения? От чего и как зависит его величина? Каково принятое значение g ?
5. Что называется периодом колебания маятника?
6. Как реализовать математический маятник? Физический маятник? Приведите примеры.
7. Ножницы можно подвесить следующим образом (см. рис. 5.а,б,в). В каком из указанных случаев полученные маятники можно считать математическими? Физическими?
8. Напишите формулы определения периода свободных колебаний для математического и физического маятников и объясните смысл входящих в них величин.
9. Что такое оборотный маятник? Чему равна приведенная длина физического маятника?
10. В каком случае период колебаний маятника не зависит от его массы?

11. Какие колебания называют малыми?

Литература

1. Зисман Г.А., Тодес О.М. «Курс общей физики». т.1. М.: Наука, 1974г.
2. Савельев И.В. «Курс общей физики».т.1,М.:Наука, 1982г.
3. Трофимова . «Курс физики», М.:Высшая школа, 1985г.
4. Шубин А.С. «Курс общей физики»,
5. Бутиков Е.И., Быков А.А., Кондратьев А.С. «Физика»
6. Иверонова В.И. «Физический практикум»,М.:Наука 1968г.
7. Майсова Н.Н. «Практикум по курсу общей физики», М.: Высшая школа, 1970г.
8. Кортнев А.В., Рублёв Ю.В., Куценко А.Н., «Практикум по физике», М.: Высшая школа ,1961г.