

Лабораторная работа № 12.

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

Оборудование: гониометр с дифракционной решеткой, лампа накаливания, набор стеклянных фильтров, лампа с линейчатым спектром.

ОПИСАНИЕ ЦЕЛЕЙ РАБОТЫ.

П/п	Конкретная цель	Критерий достижения цели
1. Изучение теории		
1.	Ход лучей через решетку, условие главных максимумов	Студент без подготовки выводит формулу (1) и отвечает на вопросы 1 – 5
2.	Зависимость интенсивности света от угла дифракции	Отвечать на вопросы 6 – 16
3.	Основные характеристики решетки как спектрального прибора	Сформулировать понятия: дисперсия решетки, разрешающая способность, дисперсионная область и написать формулы для их нахождения
4.	Оптическая схема гониометра	Объяснить назначение основных частей гониометра
II. Практические навыки.		
Студент должен научиться:		
1. Настраивать прибор для работы;		
2. Определять порядок и угол дифракции линий видимого изображения;		
3. Определять длину волны света;		
4. Определять угловую дисперсию и разрешающую способность решетки.		

1. Краткие теоретические сведения

1.1. Дифракционной решеткой называют экран с N одинаковыми, параллельными и равностоящими друг от друга щелями. Если b – ширина каждой щели, a – ширина непрозрачного промежутка между соседними щелями, то величина $d = a + b$ называется периодом или постоянной решетки. Решетка обычно характеризуется числом щелей n , приходящихся на единицу длины: $n = 1/d$.

Пусть на решетку падает плоская волна, направленная перпендикулярно плоскости решетки. Согласно принципу Гюйгенса, каждая точка волнового фронта может рассматриваться как источник новых, вторичных волн, т.е. проходя через решетку, световые волны от каждой щели будут распространяться по всевозможным направлениям. При наложении они взаимно усилят или ослабят друг друга (будут интерферировать).

Если после решетки поставить линзу L_2 , то она соберет лучи, параллельные между собой в некоторой точке P своей фокальной плоскости

(рис. 1). Освещенность экрана в этой точке будет зависеть от разности фаз колебаний, пришедших в эту точку от каждой щели.

Выберем на поверхности волнового фронта в плоскости решетки две соответственные точки А и В, расположенные в двух соседних щелях. Рассмотрим два луча 1 и 2, отклоненные от первоначального направления на один и тот же угол φ . Построим плоскость АС, перпендикулярную к этим лучам. В точках А и В колебания совершаются в одинаковой фазе. Разность фаз в точках А и С определяется разностью хода $\Delta = BC = d \sin \varphi$ (рис. 1). Так как линза L_2 дополнительной разности хода не вносит, то результат интерференции в точке Р схождения лучей целиком зависит от Δ . Если $\Delta = k\lambda$, то в точках А и С колебания совершаются в одинаковых фазах и лучи 1 и 2 при наложении усиливают друг друга. Эти рассуждения будут справедливы для всех лучей, отклоненных на тот же угол φ и параллельных между собой. В точке Р экрана будет наблюдаться максимум интенсивности (светлая полоса). Т.о. условие наблюдения светлой полосы (главного максимума) имеет вид:

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad (1)$$

к называется порядком максимума

Если $\Delta = k\lambda + \lambda/2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, то лучи 1 и 2 погасят друг друга и в точке Р экрана будет темно (минимум). Таким образом, если на решетку падает монохроматический свет, то после линзы свет будет наблюдаться только по некоторым направлениям φ , удовлетворяющим условию (1). Наблюдаемая картина будет состоять из ряда светлых полос. В центре будет располагаться полоса нулевого порядка ($k = 0$). Слева и справа от нее будут симметрично располагаться изображения (рис. 2), соответствующие первому ($k=1$), второму ($k = 2$) и т.д. порядкам. Наибольший порядок можно найти из условия $\sin \varphi = 1$, откуда $k_{\max} = d/\lambda$.

Измерив угол дифракции φ , можно найти длину волны излучения:

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k} \quad (2)$$

Вопросы:

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса – Френеля.
2. К какому виду дифракции нужно отнести описанный случай: к дифракции Френеля или Фраунгофера?
3. Почему АС проводится перпендикулярно лучам 1 и 2?
4. Почему линза L_2 не создает дополнительной разности хода лучей 1 и 2?
5. Каков должен быть максимальный порядок спектра, наблюдаемого в решетке с $d = 0,01$ мм? Какова должна быть максимальная длина волны излучения, которое можно анализировать с помощью такой решетки.

1.2. Точная теория решетки учитывает как интерференцию вторичных волн, так и дифракцию на каждой щели.

Для дифракции плоской волны на одной щели шириной b получены следующие результаты:

а). интенсивность света, распространяющегося после дифракции под углом φ к первоначальному направлению, равна:

$$I_{\varphi} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2, \quad \text{где } u = \frac{b\pi \sin \varphi}{\lambda}, \quad (3)$$

где I_0 – интенсивность в направлении $\varphi = 0$. График зависимости $I(\varphi)$ показан на рис.3.

б) $I(\varphi)$ обращается в нуль при условии $u = m\pi$, где $m=1, 2, 3, \dots$, т.е. $b \sin \varphi = m\lambda$ – условие минимумов. (4)

в) Положение дифракционных максимумов и минимумов не зависит от положения щели, а определяется только направлением дифрагированного света (т.е. углом дифракции). Если передвигать щель параллельно самой себе, то никаких изменений в наблюдаемой картине не будет.

Поставим две одинаковые параллельные щели шириной b , разделенные непрозрачным промежутком a . Одинаковые дифракционные картины от каждой из этих щелей будут накладываться друг для друга. Окончательный результат будет определяться их интерференцией. Очевидно, что положения минимумов сохраняются, так как направления, по которым ни одна из щелей не посылает света, одинаковы. Кроме того, появятся новые минимумы, так как волны, идущие от двух щелей при интерференции погасят друг друга, если их разность хода равна

$k\lambda + \frac{\lambda}{2}$: $(a+b) \sin \varphi = d \sin \varphi = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$. Так как $b < d$, направления вторичных интерференционных минимумов расположатся между главными минимумами.

Действие одной щели будет усиливать действие другой, если выполняется условие (1): $d \sin \varphi = k\lambda$ (направления главных максимумов). На рис. 4 изображена зависимость интенсивности I от $\sin \varphi$ при дифракции света на двух щелях (сплошная кривая). Пунктирная кривая соответствует дифракции на одной щели. Две щели пропустят больше света, поэтому максимумы становятся выше. Интерференционные максимумы промодулированы кривой дифракции на одной щели, поэтому наибольшей интенсивностью будут обладать максимумы, расположенные в пределах главного дифракционного максимума. Если направление главного максимума интерференции совпадает с направлением минимума дифракции, то максимум исчезает. Из условия: $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b} = \frac{k\lambda}{d}$ $k = m \frac{d}{b}$. Если, например, $d = 3b$ то каждый третий максимум не будет наблюдаться.

Вопросы:

б. Как зависит вид дифракционной картины от ширины щели, её положения?

7. Как изменится картина при замене одной щели двумя? Объясните.
8. Как изменится положение главных минимумов, если мы возьмем 3 щели? N щелей?
9. Укажите условия главных максимумов. Будет ли оно изменяться при увеличении числа щелей?
10. Нарисуйте примерный вид графика при $d = 2b, d = 4b$.
11. Как будет выглядеть дифракционная картина, если щели будут освещены некогерентным светом?

1.3. Увеличим число щелей до N. Очевидно, положение главных минимумов, по-прежнему, будет определяться шириной щели b, а усиление колебаний (главные максимумы) будут проходить при выполнении условия (1), т.е. положение главных минимумов и максимумов будет таким же, как и при двух щелях. Между главными максимумами появятся новые направления, в которых происходит гашение света, т.е. появляются добавочные минимумы, разделённые вторичными максимумами. Это приводит к тому, что расплывчатые максимумы превращаются в резкие узкие максимумы, разделённые практически темными промежутками, т.к. вторичные максимумы очень слабы.

Расчет (см. [1], [2], [3]) показывает, что распределение интенсивности в дифракционной картине зависит от угла дифракции φ следующим образом:

$$I(\varphi) = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2, \text{ где } u = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}; \quad \beta = \frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}.$$

Множитель $\left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$ выражает действие одной щели (сравни с(3)), а множитель $\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$ - интерференцию волн, проходящих от N щелей. На рис.5 приведены графики функций $\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$ (рис5а), $\left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$ (рис.5б) и их произведения (рис.5в).

Чем больше N, тем больше вторичных минимумов и тем меньше ширина главных максимумов. В хороших решетках N достигает значения 10^5 и спектр, создаваемый такой решеткой состоит из очень резких линий, если источник испускает достаточно монохроматическое излучение.

Вопросы:

12. Какой смысл имеет суммарная площадь максимумов?
13. Постройте примерный график зависимости интенсивности I от $\sin \varphi$ для дифракционной решетки с числом штрихов $N = 5$ и отношением периода решетки к ширине щели $\frac{d}{b} = 2$.
14. В промежутках между соседними штрихами решетки наносятся дополнительные штрихи. Как изменятся (см. рис. 5) при этом:
 - а) положение максимума;
 - б) высота центрального максимума;
 - в) ширина максимумов;

г) суммарная площадь максимумов?

Какое значение имеет при этом когерентность света?

1.4. Из соотношения (1) следует, что положение главных максимумов зависит от длины волны λ , т.е. дифракционная решетка является спектральным прибором.

Чем меньше длина волны λ , тем меньшему значению угла соответствует положение максимума. Таким образом, белый свет растягивается в спектр так, что внутренний край его окрашен в фиолетовый цвет, а наружный в красный. При $K = 0$ для всех значений λ $\varphi = 0$: нулевой порядок спектра представляет собой белое изображение источника. Спектры первого, второго и т.д. порядков располагаются симметрично по обе стороны от нулевого. Если спектральный интервал (разница длин волн крайних лучей) анализируемого излучения велик, то спектры высоких порядков будут накладываться друг на друга. Например, для белого света спектр третьего порядка частично накладывается на спектр второго порядка.

Дисперсионная область G – максимальный интервал длин волн, для которого спектр наблюдается обособленно, без перекрывания со спектрами других порядков.

Пусть длины волн падающего излучения лежат в интервале от λ до $\lambda + \Delta\lambda$. Перекрывание спектров начнет происходить тогда, когда дальний край спектра k – го порядка ($d \sin \varphi = k(\lambda + \Delta\lambda)$) “ догонит” ближний край спектра следующего порядка ($d \sin \varphi = k\lambda + \lambda$). Из $k(\lambda + \Delta\lambda) = (k + 1)\lambda$ найдем

$$G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{k}. \quad (6)$$

Другой важной характеристикой спектрального аппарата, которая говорит о степени растянутости спектра, является его дисперсия. Угловой дисперсией спектрального прибора называют угловое расстояние между линиями спектра, которые соответствуют длинам волн, различающихся на единицу длины:

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}. \quad (7)$$

Дифференцируя обе части (1), получим: $d \cos \varphi d\varphi = kd\lambda$, откуда

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} = \frac{k}{\sqrt{d^2 - k^2 \lambda^2}}. \quad (8)$$

Дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра и уменьшением периода решетки.

Одна из основных задач спектроскопии состоит в том, чтобы различать линии, соответствующие близким значениям длины волны. Очевидно, что достижению этой цели способствует большая дисперсия спектрального аппарата, однако дело не только в ней. Рассмотрим два спектральных прибора, у которых дисперсия одинакова, но различна форма спектральных линий – в первом приборе они более узкие. На рис. 6 изображено распределение интенсивности света в двух близких линиях,

соответствующих одним и тем же длинам волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$ в спектре первого (рис. 6,а) и второго (рис. 6,б) прибора (пунктирные линии показывают распределение интенсивности в каждой отдельной линии, а сплошная кривая – результирующее распределение интенсивности). Видно, что первый прибор дает возможность различить (“разрешить”) эти длины волн, поскольку между максимумами наблюдается заметный перепад интенсивности, в то время как в спектре второго прибора обе линии сливаются в одну и, следовательно, неразличимы. Этот пример показывает, что для успешного разрешения близких длин волн важно, чтобы соответствующие им линии в спектре были по возможности более узкими. Для характеристики способности спектрального аппарата разрешать близкие длины волн вводится понятие разрешающей способности, или разрешающей силы. Разрешающей способностью A спектрального прибора называют отношение

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (9)$$

где λ – длина волны, в области которой ведется исследование, а $\delta\lambda$ – минимальная разность между длинами волн, разрешимыми данным аппаратом. Согласно этому определению, разрешающая способность тем выше, чем меньше $\delta\lambda$, т.е. чем более близкие длины волн можно разрешить. Вопрос о том, в каком случае считать линии разрешимыми, вообще говоря, несколько условный. Принято считать, по Рэлю, что линии разрешимы, если максимум одной приходится на минимум, соседний с максимумом другой (рис. 6,а), при этом интенсивность света в “провале” между максимумами составляет около 80% от интенсивности в максимумах. Выведем формулу для разрешающей способности решетки. Для длины волны λ положение минимума, следующего непосредственно за главным максимумом k – го порядка, определяется условием (см. [1],[2],[3]) $d \sin \varphi_1 = \frac{kN+1}{N} \lambda$; Положение главного максимума k – го порядка для длины волны $\lambda + \delta\lambda$ определяется условием $d \sin \varphi_2 = k(\lambda + \delta\lambda)$. Приравнявая, согласно условию Рэля, φ_1 и φ_2 находим: $\frac{\lambda(kN+1)}{N} = k(\lambda + \delta\lambda)$, откуда для разрешающей способности $A = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ решетки получаем следующую формулу:

$$A = kN \quad (10)$$

Таким образом, разрешающая способность решетки зависит от порядка дифракционного спектра и от полного числа щелей и не зависит от периода решетки. Поэтому повысить ее, при работе в спектре определенного порядка, можно только за счет увеличения щелей, что, как мы знаем, приводит к сужению главных максимумов. Увеличение же дисперсии решетки (за счет уменьшения периода), как мы видим, не отразится на разрешающей способности: вместе с увеличением расстояния между максимумами одновременно будет увеличиваться и их ширина. По разрешающей способности хорошая решетка мало уступает большинству спектральных

аппаратов и позволяет разрешить длины волн, отличающихся на сотые доли ангстрема ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$).

Вопросы:

17. Имеются две решетки с одинаковым периодом и размерами $4 \times 4 \text{ см}^2$ и $8 \times 8 \text{ см}^2$. Какая из них имеет большую разрешающую способность, угловую дисперсию, дисперсионную область? В каком порядке первая решетка имеет такую же разрешающую способность, как вторая в первом порядке?

18. Что предпочтительней: работать с маленькой решеткой в высоком порядке или с большой в первом порядке, если $d_1 = d_2$? $d_1 = 2d_2$? $d_2 = 2d_1$?

2. Выполнение работы

2.1. При работе с дифракционной решеткой основной задачей является точное измерение углов дифракции, для которых наблюдаются главные максимумы для различных длин волн.

Для измерения угла дифракции φ служит гониометр. Он состоит из следующих частей, установленных на общем штативе (рис. 7): коллиматора, дифракционной решетки и зрительной трубы.

Коллиматор служит для создания параллельного пучка света. Он состоит из трубы, на одном конце которой находится узкая прямая щель S , расположенная параллельно штрихам решетки, на другом конце трубы – объектив L_1 . Расстояние от щели до объектива равно фокусному расстоянию объектива. Дифракционное изображение щели, даваемое решеткой, рассматривается при помощи зрительной трубы, установленной на бесконечность, т.к. объектив трубы должен собрать в своей фокальной плоскости параллельные лучи. В поле зрения окуляра зрительной трубы видна тонкая вертикальная нить, которая может быть совмещена с тем или иным изображением щели. Зрительная труба вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр столика. Угол поворота трубы определяется по лимбу с помощью нониуса с точностью $5'$. Отсчет углов по лимбу идет справа налево.

2.2. Подготовка гониометра к работе.

- 1) Установите решетку перпендикулярно коллиматору
- 2) Установите перед щелью коллиматора источник света и включите его.
- 3) Наведите зрительную трубу на нулевую полосу и передвигая источник света добейтесь максимальной яркости.
- 4) Отрегулируйте положение окуляра (наблюдаемая линия должна быть резкой!)

ВВ! – Если щель коллиматора непараллельна штрихам решетки, то видимое изображение щели не будет резким! Повращайте щель вокруг оси коллиматора.

2.3. Измерение длин волн спектральных линий.

Дифракционная решетка с известным периодом может быть использована для измерения длин волн. При выполнении опыта решетка остается неподвижной, а зрительная труба поворачивается так, чтобы изображение исследуемой линии совпало с нитью окуляра.

Как следует из (2), измерение длины волны сводится к определению φ - угла отклонения лучей от первоначального направления. Для определения порядка спектра K следует медленно поворачивать трубку от нулевого положения (от спектра нулевого порядка) в рабочее. Для определения угла φ_1 для спектра первого порядка поверните зрительную трубу вправо от нулевого максимума и совместите нить окуляра с изображением линии в спектре первого порядка. Запишите отсчет по лимбу $\varphi_{1сп}$ (рис. 8). Затем переведите зрительную трубу влево и совместите нить окуляра с изображением линии в первом порядке слева. Запишем отсчет по лимбу $\varphi_{1сл}$.

Угол дифракции $\varphi_1 = \frac{(\varphi_{1сл} - \varphi_{1сп})}{2}$. По формуле (2) $\lambda = \frac{d \sin \varphi_1}{k}$ найдем λ .

Аналогично найдите λ для других порядков спектра. Значения λ для разных порядков должны совпадать (в пределах погрешности эксперимента).

При наблюдении линейчатых спектров, полученных с помощью дифракционной решетки, следует иметь в виду, что спектральные линии представляют собой изображения щели коллиматора в лучах с различными длинами волн. Тонкие спектральные линии получаются поэтому лишь в том случае, если щель коллиматора сделана достаточно узкой. Полезно пронаблюдать на опыте за тем, как изменяется форма спектральных линий при изменении ширины щели.

Иногда вследствие невысокого качества решеток, применяемых в работе, не удастся получить четкой картины спектра. В этом случае четкость может быть несколько улучшена с помощью вертикальной щелевой диафрагмы, устанавливаемой перед объективом зрительной трубы. Диафрагма уменьшает эффективное число работающих щелей. С ее помощью иногда удастся выбрать достаточно однородный участок решетки.

2.4. Определение угловой дисперсии.

Для определения угловой дисперсии дифракционной решетки нужно измерить угловое расстояние между двумя близкими спектральными линиями, например, желтыми линиями ртути.

2.5. Разрешающая способность решетки.

Непосредственно экспериментальное определение разрешающей способности дифракционной решетки является нелегкой задачей и требует специальных источников света, в спектре которых имеются близкие спектральные линии, находящиеся на пределе разрешения. Обозначим через $\delta\lambda$ разность их длин волн. Разрешающая сила определяется отношением $\frac{\lambda}{\delta\lambda}$.

При сравнении результатов с теоретической величиной разрешающей силы $A = kN$ необходимо принимать во внимание следующее:

1. Формула (1) была получена в предположении, что ширина спектральной линии обусловлена только дифракцией. Нетрудно сообразить, что дифракция определяет ширину спектральной линии лишь в том случае, если ширина s щели коллиматора удовлетворяет соотношению:

$$\frac{s}{F} \ll \Delta\varphi,$$

где F – фокусное расстояние объектива коллиматора, а $\Delta\varphi$ – угловая полуширина дифракционного максимума.

Для малых дифракционных углов φ найдем:

$$s \ll \frac{\lambda F}{dN} \quad (11)$$

При экспериментальной оценке разрешающей способности ширину щели коллиматора нужно выбирать достаточно малой. Лучше всего производить наблюдения при разных размерах щели, постепенно ее уменьшая. Видимая ширина линии должна при этом сначала уменьшаться вместе с шириной щели, а затем оставаться постоянной.

2. Как уже отмечалось выше, при решетках плохого качества четкие спектральные линии удастся получить только с помощью диафрагмы, устанавливаемой перед объективом зрительной трубы.

Применение диафрагмы приводит к уменьшению эффективного числа штрихов решетки. Однако, даже при узких диафрагмах в экспериментах с решетками низкого качества нельзя быть уверенным, что наблюдаемых спектральных линий определяется только дифракцией (а не абберациями).

Описанный метод позволяет измерить разрешающую силу установки в реальных условиях опыта (т.е. при данных решетках, заданных размерах входной щели коллиматора, данном увеличении зрительной трубы и т.д.). Сравнение полученного результата с теоретическим (предельным) значением разрешающей силы позволяет определить качество спектральной установки.

ЗАДАНИЯ.

Все измерения проводятся с решеткой, имеющей 100 штрихов на 1 мм: $d=0,01$ мм. Источник света – лампа накаливания. Лампы с линейчатым спектром (ртутная, натровая и др.) выдаются преподавателем при выполнении заданий №№ 1,3,5.

Задание № 1. Используя лампу с линейчатым спектром, найдите длины волн спектра. Оцените погрешность измерений.

Задание № 2. Используя лампу с непрерывным спектром, найдите:

а) границы видимого спектра.

б) Найдите границы полос пропускания светофильтра (фильтр выдается преподавателем).

Задание № 3. Определите угловую дисперсию решетки по расстоянию между желтыми линиями ртути с $\lambda_1 = 576,96$ нм и $\lambda_2 = 579,07$ нм. Результаты,

полученные в дифракционных спектрах разных порядков, сопоставьте друг с другом и с формулой (5).

Задание № 4. Исследуйте (качественно) зависимость видимой ширины спектральных линий от ширины щели коллиматора. Установите наибольшую ширину щели, при которой ширина линий еще не испытывает заметного изменения.

Задание № 5. Оцените разрешающую способность дифракционной решетки по линиям желтого дублета натрия. Для этого определите, во сколько раз ширина линий меньше расстояния между ними. Численную величину этого расстояния и среднее значение λ для дублета натрия возьмите из таблиц.

Задание № 6. Исследуйте ширину дисперсионной области решетки. Как следует из (6), эта ширина уменьшается с увеличением порядка спектра. Осветите щель коллиматора лампой накаливания, и через зрительную трубу наблюдайте получающийся сплошной спектр в разных порядках. Определите порядок спектра, начиная с которого перекрываются соседние спектры.

Задание № 7. Измерьте период неизвестной решетки. Установите на столик гониометра решетку с неизвестной постоянной. Исследуйте с ее помощью спектр ртути. Сопоставив измерения с табличными данными, найдите период решетки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: 1976, гл. IX, §§ 44, 46, 50.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т. IV. Оптика. – М.: 1980, гл. IV, §§ 46, 47.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. т.2. М.: 1988, § 130.
4. Физический практикум. Электричество и оптика (под ред. В.И. Ивероновой). М.: 1968, с. 493 – 497.
5. Лабораторные занятия по физике (под ред. Л.Л. Гольдина). М.: 1983.
6. Бутиков Е.И. Оптика. М.: 1986. § 6.5.