Лабораторная работа №

Определение момента инерции и проверка теоремы Штейнера методом крутильных колебаний..

Цель работы: экспериментальное определение момента инерции твердых тел при помощи трифилярного подвеса.

Приборы и принадлежности: трифилярный подвес, секундомер, штангенциркуль, набор исследуемых тел.

Теория и описание установки.

Момент инерции I твердого тела относительно некоторой оси определяется выражением :

$$I = \int r^2 dm \qquad (1),$$

где r- расстояние элемента массой dm от оси вращения.

Момент инерции тела зависит от выбора оси вращения. Теорема Штейнера позволяет вычислить момент инерции относительно произвольной оси АА, зная момент инерции относительно оси СС, проходящей через центр инерции тела (рис. 1).

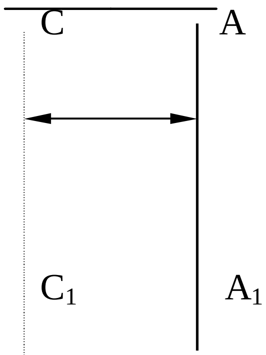

рис.1

Теорема Штейнера: момент инерции I тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции I_c относительно оси, проходящей параллельно данной через центр инерции тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния l между осями.

$$I=I_c+ml^2 \qquad (2)$$

В простых случаях величину момента инерции можно определять расчетом, а в сложных- его приходится находить экспериментальным путем.

Одним из удобных методов измерения момента инер укрепленных у краев зтой платформы.

рис.2

платформу нагрузить каким-либо телом; этим и пользуется в настоящей работе.

Если платформа массы m, вращаясь в одном направлении, поднялась на высоту h то приращение потенциальной энергии будет равно:

$$E_1=mgh ,$$

где g-ускорение силы тяжести. Вращаясь в другом направлении, платформа придет в положение равновесия с кинетической энергией равной

$$E_2 = \frac{1}{2} I w_0{}^2 \quad ,$$

где I- момент инерции, w_o - угловая скорость платформы в момент достижения ею положения равновесия. Пренебрегая работой силы трения, на основании закона сохранения механической энергии имеем:

$$\frac{1}{2} I w_0{}^2 = mgh \qquad (3)$$

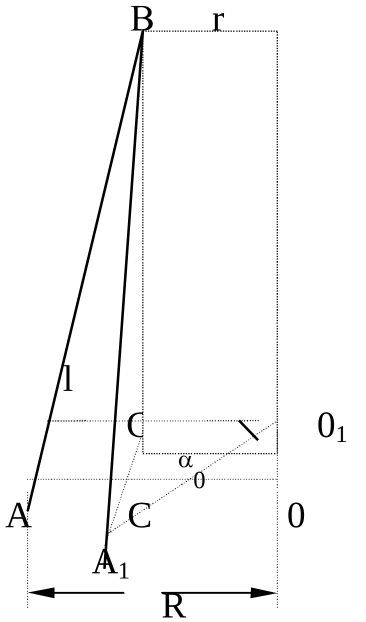

рис.3

Считая, что платформа совершает гармонические колебания, можем написать зависимость углового смещения платформы от времени в виде

$$\beta = \alpha \sin \frac{2\pi}{T} t \, ,$$

где β- угловое смещение платформы и α- амплитуда смещения, T- период полного колебания, t- текущее время. Угловая скорость w, являющаяся первой производной β по времени,выражается так:

$$w == \frac{d\beta}{dt} = \frac{2\pi\,\alpha}{T} \cos \frac{2\,\pi}{T} t$$

В момент прохождения через положение равновесия (t=0, 1/2T, 3/2T, и т.д.) абсолютное значение этой величины будет

$$w_o = \frac{2\pi\,\alpha}{T} \qquad (4)$$

На основании выражений (3) и (4) имеем

$$mgh = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi\,\alpha}{T}\right)^2 \qquad (5)$$

Если l- длина нитей подвеса, R- радиус платформы, r- радиус верхнего диска, то легко видеть (рис.3), что

$$h = 00_1 = BC - BC_1 = \frac{(BC)^2 - (BC_1)^2}{BC + BC_1}$$

Так как $(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = l^2 - (R - r)^2$

$$(BC_1)^2 = (BA_1)^2 - (A_1C_1)^2 = l^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr\cos\alpha)$$

получаем $h = \dfrac{2Rr(1+\cos\alpha)}{BC + BC_1} = \dfrac{4Rr\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}{BC + BC_1}$

При малых углах отклонения α значение синуса этого угла можно заменить просто значением α, а величину знаменателя положить равную 2 l. Учитывая это имеем

$$h = \frac{Rr\,\alpha^2}{2l} \qquad (6)$$

Тогда на основании (5):

$$mg\frac{Rr\alpha^2}{2l} = \frac{1}{2}I\left(\frac{2\pi\alpha}{T}\right)^2 \qquad (7)$$

откуда

$$I = \frac{mgRr}{4\pi^2 l}T^2 \qquad (8)$$

По формуле (8) может быть определен момент инерции и самой платформы и тела, положенного на нее, так как все величины в правой части формулы могут быть непосредственно измерены.

Геометрические параметры данного прибора известны: R= 90 ± 1 мм, r= 80 ± 1 мм, l=72 ± 0,5 см. Масса пустой платформы m_0=150г.

Измерения и обработка результатов.

1. Определение момента инерции I_0 пустой платформы.

Повернув платформу на небольшой угол (5-6^0), сообщают ей вращательный импульс , необходимый для начала крутильных колебаний. При помощи секундомера измеряют время t, за которое совершается n полных колебаний (n=20 - 30) и определяют период колебаний $T=\dfrac{t}{n}$. Зная величины R, r, l и m_0 вычисляют по формуле (8) момент инерции I_0 пустой платформы. Опыт повторяют не менее 3х раз.

2. Измерение моментов инерции тел и сравнение их с данными теоретических расчетов.

Помещают на платформу исследуемое тело массой m_1 , так, чтобы равномерное натяжение нити не нарушалось, и вновь определяют период колебаний T всей системы (3 раза). Затем находят по формуле (8) момент инерции I всей системы, принимая ее массу $m= m_1+ m_0$. Вычисляют момент инерции данного тела : $I_1= I- I_0$.

3. Проверка теоремы Штейнера.

Два одинаковых тела помещают один на другой в центре платформы и определяют момент инерции I_2 двух тел. Затем оба тела размещают вблизи краев платформы симметрично относительно оси вращения и определяют момент инерции I_3 двух тел в данном состоянии. Измеряют расстояние l центра тяжести одного из тел от оси вращения (центра платформы).

Сравнивают полученное значение I_3 с вычисленным по теореме Штейнера : $I_4 = I_2 + ml^2$, где m - суммарная масса двух тел.

4. Результаты измерений и расчетов внести в таблицу.

№	*m,кг*	*n*	*t,c*	*T,c*	*I,кг м*^{2}	$I_{ср}$*,кг м*^{2}	ΔI*,кг м*^{2}	$\Delta I_{ср}$*,кг м*^{2}	ε*,100%*

Контрольные вопросы.

1. Что называется моментом инерции тела?
2. Сформулируйте теорему Штейнера.
3. Под действием какой силы трифилярный подвес совершает крутильные колебания?
4. При каких упрощающих предположениях выведена формула (8) ?

Литература.

1. Савельев И.В. Курс физики Т1, М: Наука 1989 г. стр. 104 - 109
2. Физический практикум под ред. Ивероновой В.И. , М: Наука 1969 г. стр.90 - 93.